

1. Fasse die Aussagen der Satzgruppe von VIETA für das Lösen algebraischer Gleichungen zusammen!
2. Leite die (1) kleine, (2) große Lösungsformel für quadratische Gleichungen ausführlich her! Interpretiere die Lösungsfälle geometrisch! Warum ist diese Formel auch auf Gleichungen mit (echt-)komplexen Koeffizienten anwendbar?
3. Löse für  $G=\mathbb{C}$  und mache die Probe für eine Lösung!  
 $z^2 + (5 - 4i) \cdot z + (2 - 10i) = 0$   $[-3 + 2i; -2 + 2i]$
4. Gegeben ist die Gleichung  $kx^2 - 2(k - 2)x + (2k - 1) = 0$ ,  $k \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ .
  - (a) Ermittle die Menge aller Werte von  $k$ , für die die Gleichung zwei verschiedene reelle Lösungen hat!  $[-4 < k < 1]$
  - (b) Stelle fest, für welche Elemente dieser Menge die beiden Lösungen verschiedenes Vorzeichen haben!  $[0 < k < \frac{1}{2}]$
5. Gegeben ist die Gleichung  $(k - 5)x^2 - 4kx + (k - 2) = 0$ ,  $k \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$ .
  - (a) Ermittle die Menge aller Werte von  $k$ , für die die Gleichung (1) zwei verschiedene reelle Lösungen, (2) eine reelle Doppellösung, (3) ein Paar konjugiert komplexer Lösungen hat!
  - (b) Ermittle für jeden der Fälle (1) bis (3) die Lösungsmenge!
  - (c) Ermittle, für welche Werte von  $k$  die Lösungen in (a) (1) verschiedene Vorzeichen haben!
6. Ermittle die Definitionsmenge und die Lösungsmenge für  $G=\mathbb{R}$ :  $\sqrt{2x - 2} - \sqrt{x + 1} = 4$
7. Löse folgende Gleichungen in  $\mathbb{C}$ 

(a) $2x^3 - x^2 - x + 2 = 0$	(d) $x^3 + x^2 - 4x + 6 = 0$
(b) $4x^3 + 13x^2 - 13x - 4 = 0$	(e) $12x^4 - 56x^3 + 89x^2 - 56x + 12 = 0$
(c) $x^4 + 2x^3 - 2x - l = 0$	(f) $z^4 - 7z^3 + 19z^2 - 23z + 10 = 0$
8. Gegeben ist die Lösungsmenge  $L$  einer Gleichung dritten Grades. Wie lautet die dazugehörige Gleichung?
 

(a) $L = 1, -2, 0$	(b) $L = \{1 - i, 2 + i, 1\}$
--------------------	-------------------------------
9. Löse die Gleichung  $z^4 + (20 - 4i)z^2 + 171 - 140i = 0$  in  $\mathbb{C}$ . Stelle die Lösungen in der Gaußschen Zahlenebene dar. Die 4 Punkte bilden die Eckpunkte einer Fläche. Berechne ihren Flächeninhalt.
10.  $(2k - 7)x^2 - 2(k - l)x - (2k - 2) = 0$ ,  $k \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{7}{2}\}$   
 Ermittle die Werte von  $k$ , daß die Gleichung (1) zwei reelle, (2) eine reelle, (3) zwei konjugiert komplexe Lösungen besitzt.
11. Einem Kreis mit dem Radius 5cm soll ein Rechteck eingeschrieben werden, dessen Flächeninhalt  $A = 48 \text{ cm}^2$  ist. Berechne Länge und Breite des Rechtecks.
12. Eine quadratische Säule hat die Maße  $a = b = 4\text{dm}$  und  $h = 20\text{dm}$ .
  - (a) Um wie viel verändert sich das Volumen dieser Säule, wenn die Länge und Breite um je 1dm vergrößert und die Höhe um 1dm verkleinert wird?
  - (b) Um welche andere Strecke können Länge und Breite vergrößert und die Höhe verkleinert werden, wenn sich dieselbe Volumszunahme wie in Frage (a) ergeben soll?
13. Der Ellipse  $3x^2 + 4y^2 = 12$  ist ein gleichschenkeliges Dreieck einzuschreiben, dessen Flächeninhalt  $4.5 \text{ cm}^2$  beträgt, dessen Spitze in A liegt und dessen Höhe mit der großen Halbachse zusammenfällt. Berechne den Umfang des Dreiecks.