1. (a) Eine Bierabfüllanlage füllt Halbliterflaschen ab ($\mu = 0,5$l) mit einer technisch bedingten Streuung von $\rho = 2,5$cm^3. Die Abfüllmenge X sei eine normalverteilte Zufallsvariable. Berechne den Ausschuß, wenn in einer Flasche (1) höchstens 505cm^3, (2) mindestens 496cm^3, (3) zwischen 497cm^3 und 503cm^3 Bier enthalten sein muß. (4) Welche Toleranzgrenzen müssen gelten, wenn der Ausschuß höchstens 3% betragen darf?

   (b) Die Höhe des Bierschaumes in einem Glas verringert sich (annähernd) exponentiell. Bei einer Anfangshöhe von 5cm steht der Bierschaum nach 20 Sekunden noch 3cm hoch. Bestimme das Gesetz für die Abnahme und berechne, wie lange es dauert, bis der Schaum nur noch 1cm hoch steht.

2. Nach der Fertigung verden Bauteile einem Test unterzogen, den erfahrungsgemäß 4 von 100 Bauteilen bestehen.

   (a) Bei Stichproben werden 12 Bauteile untersucht. Berechne die Wahrscheinlichkeit (auf Zehntelprozent genau) dass,

      i. nur die ersten beiden untersuchten Teile defekt sind, die restlichen aber in Ordnung;
      ii. genau zwei schadhafte Teile gefunden werden;
      iii. sich mehr als zwei schadhafte Bauteile in der Stichprobe finden;
      iv. die ersten acht untersuchten Teile zwar in Ordnung sind, sich aber trotzdem in der gesamten Stichprobe zwei defekte Bauteile befinden;
      v. die Stichprobe nicht fehlerfrei ist.

   (b) Wie viele Teile müßte eine Stichprobe umfassen, damit mit mehr als 95% Wahrscheinlichkeit zumindest ein fehlerhafter Teil gefunden wird?

   (c) Bei einer großangelegten Qualitätskontrolle werden 10000 Teile geprüft. Berechne die Warscheinlichkeit, dass dabei

      i. mehr als 380 defekte Teile,
      ii. weniger als 410 defekte Teile,
      iii. zwischen 370 und 430 defekte Teile

   gefunden werden.

      iv. In welchem um den Erwartungswert symmetrischen Intervall liegt die Anzahl der entdeckten defekten Bauteile mit mehr als 99% Wahrscheinlichkeit?

   (d) Wie viele Teile müßten geprüft werden, damit mit zumindest 90% Wahrscheinlichkeit wenigstens 500 defekte Bauteile gefunden werden?

3. Ein Stellenbewerber muss sich einem Test unterziehen, der aus 6 Fragen mit je 4 angebotenen Antworten (nur 1 richtig) besteht. Der Kandidat hat keine Ahnung und kreuzt zufällig an.

   (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit

      i. beantwortet er alles richtig?
      ii. sind genau drei Antworten richtig?

iii. besteht er den Test, wenn dafür mindestens $\frac{2}{3}$ der Antworten richtig sein müssen?

(b) Wie oft muss ein Bewerber bei einem solchen Test mindestens mitmachen, um mit 60% Wahrscheinlichkeit mindestens einen Test zu bestehen?

(c) In welchem symmetrischen Bereich liegt die Anzahl der positiven Testergebnisse (vgl. (a)(3)) mit 95% Wahrscheinlichkeit, wenn 600 Leute zufällig ankreuzen?

4. 100 Kinder eines Jahrganges nehmen beim Schulsportfest teil. Dabei ergaben sich beim 60m Lauf als Mittelwert $\mu = 10,32$s und eine Standardabweichung von $\sigma = 1,16$s. Nimm an, dass die Leistungen der Normalverteilung entsprechen. Mit welcher Leistung ist man unter den besten 20%? Stelle fest, an welcher Stelle ein Schüler rangiert, der unter 9,0s läuft?

5. Ein Tontaubenschütze hat eine Trefferwahrscheinlichkeit vom 75%.

   (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, bei 10 Schüssen mindestens 9 Treffer zu erziehlen? Wie oft muss er schießen, damit die Wahrscheinlichkeit, midestens einen Treffer zu erziehlen, 99% übersteigt?

   (b) Er schießt 250mal. In welchem Bereich liegt die Anzahl der Treffer mit 95% Sicherheit?

   (c) Er möchte > 250 Treffer erziehlen. Wie oft muss er schießen, damit er zu 90% genügend oft trifft?

6. Eine Maschine füllt Waschmittelpakete so, dass die Masse des eingefüllten Waschmittels annähernd normalverteilt mit $\mu = 520$g und $\sigma = 15$g ist. Auf den Paketen steht “Füllgewicht 500g”.

   (a) Wie viel Prozent der Pakete sind untergewichtig?

   (b) Wie viel Prozent der Pakete wiegen mehr als 530g?

   (c) Wie groß müsste μ (bei gleichem σ) sein, damit nur 2% der Pakete untergewichtig sind?

7. Familie Adam macht im Juni Urlaub am Meer und hat erfahren, dass die Wassertemperatur an Junitagen in ihrem Urlaubsort annähernd normalverteilt mit $\mu = 18°$ und $\sigma = 15°$ ist.

   (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Wassertemperatur am Tag der Ankunft mindestens 21°C betragen?

   (b) Familie Adam beschließt, wieder nach Hause zu fahren, falls die Wassertemperatur am Tag der Ankunft unter 16°C liegt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird dies eintreten?

   (c) Gib ein symmetrisches Intervall um μ an, in dem die Wassertemperatur am Tag der Ankunft mit der Wahrscheinlichkeit 0,9 liegt!

8. Angenommen, die Massen von Hühnereiern sind normalverteilt mit $\mu = 60$g und $\sigma = 15$g. Eier, die weniger als 45g wiegen, sollen als “klein” bezeichnet werden. Die übrigen werden in “standard” und “groß” unterteilt, und zwar so, dass der Anteil von beiden etwa gleich ist. Bei welcher Masse ist die Grenze zwischen “standard” und “groß”? Welche Masse wird von 60% der Eier überschritten?

LÖSUNGEN:

1. (a) (1) 2,3% (2) 5,5% (3) 23,02% (4) $[495; 505]$
   (b) $h(t) = 5 \cdot \mathrm{e}^{-0,02554t}$, 63s
2. (a) 0,00106; 0,0702; 0,0107; 0,3873
   (b) mind. 74 Stk.
   (c) 0,8413; 1-0,316; 0,869; $[350; 450]$
   (d) mind. 13209 Stk.
3. (a) 0,000244; 0,1318; 0,0376
   (b) mind. 24mal
   (c) 13,93; 31,19
4. 9,35s; unter den besten 13
5. (a) 0,244; mind. 4mal (b) $[174; 201]$ (c) mind. 348mal
6. (a) 9,18% (b) 25,14% (c) 530,75
7. (a) 2,28% (b) 9,18% (c) $[15,5; 20,5]$
8. Grenze bei 63g; 56,25g