1. In einem Beutel sind 10 Spielmarken enthalten, die von 0 bis 9 nummeriert sind. X sei das Ereignis, dass man zufällig die Marke 5 oder 8 herausholt, Y das Ereignis, dass eine größere Zahl als 5 gezogen wird. Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass (a) X eintritt, (b) Y eintritt, (c) X oder Y eintritt, (d) X und Y eintreten. [$\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{10}$]

2. Eine Schüssel enthält fünf von 1 bis 5 nummerierte Marken. Es wird eine Marke aus der Schüssel entnommen und, ohne dass diese wieder zurückgelegt wird, eine zweite gezogen. Man bestimme den Stichprobenraum $\Omega$ und folgende Ereignismengen und ihre Wahrscheinlichkeiten: (a) Erste Marke zeigt gerade Zahl. (b) Zweite Marke zeigt gerade Zahl. (c) Beide Marken zeigen gerade Zahlen. (d) Entweder die erste oder die zweite Marke zeigt eine gerade Zahl. [$\frac{2}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{3}{5}$]

3. Zwei Leute werden zufällig aus einer Menge von 30 Leuten ausgewählt. Man fragt nach den Wochentagen, an denen sie geboren sind. Gib den Stichprobenraum $\Omega$ und die folgenden Ereignismengen und ihre Wahrscheinlichkeiten an: (a) Beide sind an einem Donnerstag geboren. (b) Wenigstens einer ist an einem Donnerstag geboren. (c) Keiner der beiden ist an einem Donnerstag geboren. (d) Einer ist an einem Donnerstag und einer an einem Freitag geboren. [$\frac{1}{49}$,$\frac{13}{49}$,$\frac{36}{49}$,$\frac{2}{49}$]

4. Eine gewisse Anzahl roter, weißer und blauer Kennmarken werden auf einer Gesellschaft unter 100 Personen verteilt. Es ist bekannt, dass 45 Leute rote Marken, 45 weiße, 60 blaue, 15 rote und weiße, 25 weiße und blaue, 20 rote und blaue und 5 alle drei Farben erhalten haben. Welche Wahrscheinlichkeit besteht dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person (a) keinen Zettel bekommen hat? (b) nur Zettel von genau einer Farbe bekommen hat? (c) einen roten oder einen blauen Zettel oder beides bekommen hat? (d) einen blauen, aber keinen weißen Zettel bekommen hat? (e) Zettel von mehr als einer Farbe bekommen hat? [5%, 45%, 50%, 35%, 50%]

5. Ein Satz Dominosteine besteht aus kleinen Holzbrettchen, wobei jedes Brettchen an jedem seiner beiden Enden eine Anzahl Punkte zwischen 0 und 6 einschließlich aufgedruckt zeigt. Die beiden Enden sind bis auf ihre Punktezahl völlig gleich; keine zwei Dominosteine sind identisch, und es gibt davon 28 Stück. Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig herausgegriffener Dominostein (a) an einem oder beiden Enden eine 5 hat, (b) an keinem Ende eine größere Zahl hat als 3, (c) auf beiden Enden eine ungerade Zahl hat, (d) eine Gesamtsumme von 7 hat. [25%, 35.7%, 21.4%, 10.7%]

6. Ein Roulettspiel wird gespielt. Stelle ein Modell des Experiments auf und berechne die Wahrscheinlichkeit für (a) 17 oder 20, (b) eine ungerade Zahl, (c) eine Zahl kleiner als 5, (d) eine Zahl unter den letzten 12, (e) eine von 2 aufeinanderfolgenden Ziffern (z.B. 12, 23,...) wird geworfen. [$\frac{2}{37}$, $\frac{18}{37}$, $\frac{5}{37}$, $\frac{12}{37}$, $\frac{3}{37}$]

7. Zwei Spieler würfeln mit je einem Würfel. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass beide nicht die gleiche Anzahl werfen. [$\frac{5}{6}$]

8. Anita, Eva und Renate sitzen an einem Tisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (a) dass sie alle am selben Wochentag geboren sind? (b) dass sie alle an verschiedenen Wochentagen geboren sind? (c) dass mindestens eine ein Sonntagskind ist? (d) dass Eva ein Sonntagskind ist? (e) dass genau 2 von ihnen am selben Wochentag geboren sind? (f) dass Anita und Renate an verschiedenen Tagen geboren sind?
. [2%, 61.2%, 37%, 14.3%, 36.7%, 85.7%]

9. Eine Kasse hat 11 Tasten, die für das Öffnen bestimmt sind. Wenn man 4 Tasten in einer bestimmten Reihenfolge drückt, so öffnet sich die Kasse (dabei darf jede Taste nur einmal gedrückt werden). Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sie sich öffnet, wenn man viermal hintereinander eine beliebige Taste drückt. [0.013%]

10. Bei einer Prüfung wurden 3 Gruppen von Aufgaben gestellt. Jede Gruppe hat 2 Aufgaben. Jeder Prüfling muss aus jeder Gruppe eine Aufgabe wählen, gesucht ist $\Omega$. $|\Omega| =$? [8]

11. In einer Schulklasse sind 16 Knaben und 14 Mädchen. Der Physiklehrer läßt jede Woche durch Los einen Schüler bestimmen, der ihm beim Wegräumen der Geräte hilft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal hintereinander ein Mädchen drankommt, falls (a) derselbe Schüler zweimal hintereinander drankommen darf, (b) derselbe Schüler nicht zweimal hintereinander drankommen darf? [0.218;0.209]

12. Eine Firma hat zwei offene Stellen zu besetzen. Zehn Personen - sieben Männer und drei Frauen - haben sich als gleich qualifiziert erwiesen. Die Firma entschließt sich, zwei der Bewerber durch Los auszuwählen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass (a) zwei Frauen, (b) zwei Männer gewählt werden? [(a) 0.067; (b) 0.467]

13. Ein Fuhrunternehmer besitzt 15 LKW, von denen 5 technische Mängel aufweisen. Ein Kontrollor wählt zu Prüfzwecken 4 von den 15 LKW zufällig aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird (a) keiner, (b) jeder der ausgewählten LKW technische Mängel aufweisen? [(a) 0.154; (b) 0.004]

14. Unter den 450 Schülerinnen und 383 Schülern eines Gymnasiums werden ein Fahrrad und ein Filmapparat verlost, wobei ausgeschlossen ist, dass beide Preise an dieselbe Person gehen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass (a) beide Preise an Schülerinnen, (b) beide Preise an Schüler, (c) das Fahrrad an einen Schüler, der Filmapparat an eine Schülerin gehen. (d) Welche Möglichkeit gibt es noch? Berechne auch für dieses Ereignis die Wahrscheinlichkeit. [0.292; 0.211; 0.249; 0.249]

15. In einem Karton befinden sich zwölf Glühlampen, von denen drei defekt sind. Ein Kunde zieht blind zwei Glühlampen aus dem Karton. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass (a) beide Glühlampen in Ordnung sind, (b) beide Glühlampen defekt sind? [$\frac{6}{11}$, $\frac{1}{22}$]

16. Ein Würfel wird zweimal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass (a) bei beiden Würfen eine 6 kommt, (b) beim ersten Wurf eine 6 und beim zweiten Wurf keine 6 kommt, (c) beim ersten Wurf keine 6 und beim zweiten Wurf eine 6 kommt, (d) bei beiden Würfen keine 6 kommt? [$\frac{1}{36}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{5}{36}$, $\frac{25}{36}$]

17. Aus der Urne mit 4 weißen, 3 schwarzen und einer roten Kugel werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass (a) beide Kugeln dieselbe Farbe haben, (b) eine Kugel rot und eine weiß ist, (c) die zweite Kugel schwarz ist, (d) keine der Kugeln weiß ist, (e) mindestens eine der Kugeln schwarz oder rot ist. [$\frac{9}{28}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{11}{14}$]

18. wie 17. nur mit Zurücklegen [$\frac{13}{32}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$]

19. Ein Würfel wird dreimal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass (a) die Folge (1, 2, 3), (b) bei keinem Wurf eine 6, (c) bei mindestens einem Wurf eine 6, (d) nur Augenzahlen aus der Menge {1, 2} vorkommen. [$\frac{1}{216}$, $\frac{125}{216}$, $\frac{91}{216}$, $\frac{1}{27}$]

20. Bei einer Serienproduktion gelingen im Durchschnitt 6 von 10 Geräten so gut, dass sie mit dem Qualitätsmerkmal “High Standard” versehen und teurer verkauft werden. Jemand entnimmt der Produktion zufällig zwei Geräte. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau eines der beiden Geräte “High Standard” aufweist? [$\frac{8}{15}$]

21. Zwei Schützen treffen ihr Ziel erfahrungsgemäß mit der Wahrscheinlichkeit 0.8 bzw. 0.6. Beide schießen gleichzeitig auf dasselbe Ziel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass (a) der erste trifft und der zweite nicht, (b) beide treffen, (c) mindestens einer trifft? [32%, 48%, 92%]

22. Herr Adam spielt an einem Automaten, bei dem man mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ gewinnt, anschließend an einem zweiten Automaten, bei dem man mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5}$ gewinnt und anschließend an einem dritten Automaten, bei dem man mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{7}$ gewinnt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er (a) bei allen drei Automaten gewinnt, (b) bei den ersten beiden Automaten gewinnt und beim dritten vierliert, (c) beim ersten Automaten gewinnt und bei den beiden anderen verliert, (d) bei allen drei Automaten verliert. (e) Welche Wahrscheinlichkeiten könnte man noch berechnen? Berechne sie! [$\frac{1}{140}$, $\frac{3}{70}$, $\frac{6}{35}$, $\frac{18}{35}$, z.B. $P(G,V,G) = \frac{1}{35}$]

23. Aus einer Urne mit 4 weißen und 3 schwarzen Kugeln werden nacheinander drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass (a) alle drei Kugeln weiß, (b) die ersten beiden Kugeln weiß und die dritte schwarz, (c) die ersten beiden Kugeln schwarz und die dritte weiß, (d) alle drei Kugeln schwarz sind. [$\approx 0.187$, $\approx 0.14$, $\approx 0.105$, $\approx 0.079$]

24. Wie 23. ohne Zurücklegen. [$\approx 0.114$, $\approx 0.171$, $\approx 0.114$, $\approx 0.029$]

25. In einer Urne sind 9 Kugeln mit den Nummern von 1 bis 9. Es werden 4 Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (a) die Folge $(1, 2, 3, 4)$ zu erhalten? (b) die Folge $(4, 1, 7, 8)$ zu erhalten? [$\approx 0.00015$, $\approx 0.00015$]

26. Wie 25. ohne Zurücklegen. [$\approx 0.00033$, $\approx 0.00033$]

Durchgerechnete LÖSUNGEN:

1. In einem Beutel sind 10 Spielmarken enthalten, die von 0 bis 9 nummeriert sind. X sei das Ereignis, dass man zufällig die Marke 5 oder 8 herausholt, Y das Ereignis, dass eine größere Zahl als 5 gezogen wird. Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass (a) X eintritt, (b) Y eintritt, (c) X oder Y eintritt, (d) X und Y eintreten.
   $\Omega = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$X = \{5, 8\} \qquad X \cup Y = \{5, 6, 7, 8, 9\}$$
$$P(X) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \qquad P(X \cup Y) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$
$$Y = \{6, 7, 8, 9\} \qquad X \cap Y = \{8\}$$
$$P(Y) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \qquad P(X \cap Y) = \frac{1}{10}$$

2. Eine Schüssel enthält fünf von 1 bis 5 nummerierte Marken. Es wird eine Marke aus der Schüssel entnommen und, ohne dass diese wieder zurückgelegt wird, eine zweite gezogen. Man bestimme den Stichprobenraum $\Omega$ und folgende Ereignismengen und ihre Wahrscheinlichkeiten: (a) Erste Marke zeigt gerade Zahl. (b) Zweite Marke zeigt gerade Zahl. (c) Beide Marken zeigen gerade Zahlen. (d) Entweder die erste oder die zweite Marke zeigt eine gerade Zahl.
   $\Omega = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), \ldots, (5, 4)\}$
   $|\Omega| = 20$

   (a) $A = \{(2, 1), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 5)\}$
   $|A| = 8$
   $$P(A) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

   (b) $B = \{(1, 2), (1, 4), (2, 4), (3, 2), (3, 4), (4, 2), (5, 2), (5, 4)\}$
   $|B| = 8$
   $$P(B) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$$

   (c) $C = \{(2, 4), (4, 2)\}$
   $|C| = 2$
   $$P(C) = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

   (d) $D = \{(2, 1), (2, 3), (2, 5), (4, 1), (4, 3), (4, 5), (1, 2), (1, 4), (3, 2), (3, 4),$
   $(5, 2), (5, 4)\}$
   $|D| = 12$
   $$P(D) = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$$

3. Zwei Leute werden zufällig aus einer Menge von 30 Leuten ausgewählt. Man fragt nach den Wochentagen, an denen sie geboren sind. Gib den Stichprobenraum $\Omega$ und die folgenden Ereignismengen und ihre Wahrscheinlichkeiten an: (a) Beide sind an einem Donnerstag geboren. (b) Wenigstens einer ist an einem Donnerstag geboren. (c) Keiner der beiden ist an einem Donnerstag geboren. (d) Einer ist an einem Donnerstag und einer an einem Freitag geboren.
   $\Omega = \{(Mo, Mo), (Mo, Di), (Mo, Mi), \ldots, (Mo, So), (Di, Mo),$
   $(Di, Di), \ldots, (So, So)\}$
   $|\Omega| = 7 \cdot 7 = 49$

   (a) $A = \{(Do, Do)\}$
   $$P(A) = \frac{1}{49}$$

   (b) $B = \{(Do, Mo), (Do, Di), (Do, Mi), (Do, Do), (Do, Fr), (Do, Sa),$
   $(Do, So), (Mo, Do), (Di, Do), (Mi, Do), (Fr, Do), (Sa, Do), (So, Do)\}$
   $$P(B) = \frac{13}{49}$$

(c) $C = B'$

$$P(C) = 1 - \frac{13}{49} = \frac{36}{49}$$

(d) $D = \{(Do, Fr), (Fr, Do)\}$

$$P(D) = \frac{2}{49}$$

4. Eine gewisse Anzahl roter, weißer und blauer Kennmarken werden auf einer Gesellschaft unter 100 Personen verteilt. Es ist bekannt, dass 45 Leute rote Marken, 45 weiße, 60 blaue, 15 rote und weiße, 25 weiße und blaue, 20 rote und blaue und 5 alle drei Farben erhalten haben. Welche Wahrscheinlichkeit besteht dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person (a) keinen Zettel bekommen hat? (b) nur Zettel von genau einer Farbe bekommen hat? (c) einen roten oder einen blauen Zettel oder beides bekommen hat? (d) einen blauen, aber keinen weißen Zettel bekommen hat? (e) Zettel von mehr als einer Farbe bekommen hat?

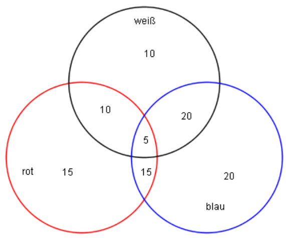
   (a) $P(A) = \frac{5}{100} = 0.05 = 5\%$

   (b) $P(B) = \frac{15+10+20}{100} = \frac{45}{100} = 0.45 = 45\%$

   (c) $P(C) = \frac{50}{100} = 0.5 = 50\%$

   (d) $P(D) = \frac{35}{100} = 0.35 = 35\%$

   (e) $P(E) = \frac{50}{100} = 0.5 = 50\%$




5. Ein Satz Dominosteine besteht aus kleinen Holzbrettchen, wobei jedes Brettchen an jedem seiner beiden Enden eine Anzahl Punkte zwischen 0 und 6 einschließlich aufgedruckt zeigt. Die beiden Enden sind bis auf ihre Punktezahl völlig gleich; keine zwei Dominosteine sind identisch, und es gibt davon 28 Stück. Man berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig herausgegriffener Dominostein (a) an einem oder beiden Enden eine 5 hat, (b) an keinem Ende eine größere Zahl hat als 3, (c) auf beiden Enden eine ungerade Zahl hat, (d) eine Gesamtsumme von 7 hat.

$$\begin{aligned}\Omega = \{&(0,0),(0,1),(0,2),(0,3),(0,4),(0,5),(0,6),\\ &(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),\\ &(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),\\ &(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),\\ &(4,4),(4,5),(4,6),\\ &(5,5),(5,6),\\ &(6,6)\}\end{aligned}$$

$|\Omega| = 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$

(a) $A = \{(0,5),(1,5),(2,5),(3,5),(4,5),(5,5),(5,6)\}$,
$|A| = 7$

$$P(A) = \frac{7}{28} = \frac{1}{4} = 25\%$$

(b) $B = \{(0,0),(0,1),(0,2),(0,3),(1,1),(1,2),(1,3),(2,2),(2,3),(3,3)\}$,
$|B| = 10$

$$P(B) = \frac{10}{28} = \frac{5}{14} \approx 35.7\%$$

(c) $C = \{(1,1),(1,3),(1,5),(3,3),(3,5),(5,5)\}$,
$|C| = 6$

$$P(C) = \frac{6}{28} = \frac{3}{14} \approx 21.4\%$$

(d) $D = \{(1,6),(2,5),(3,4)\}$,
$|D| = 3$

$$P(D) = \frac{3}{28} \approx 10.7\%$$

6. Ein Roulettspiel wird gespielt. Stelle ein Modell des Experiments auf und berechne die Wahrscheinlichkeit für (a) 17 oder 20, (b) eine ungerade Zahl, (c) eine Zahl kleiner als 5, (d) eine Zahl unter den letzten 12, (e) eine von 2 aufeinanderfolgenden Ziffern (z.B. 12, 23,...) wird geworfen.
   $\Omega = \{0, 1, 2, \ldots, 36\}$,
   $|\Omega| = 37$, alle Würfe sind gleich wahrscheinlich

   (a) $A = \{17, 20\}$,
   $|A| = 2$
   $$P(A) = \frac{2}{37} \approx 5.4\%$$
   (b) $B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35\}$,
   $|B| = 18$
   $$P(B) = \frac{18}{37} \approx 48.6\%$$
   (c) $C = \{0, 1, 2, 3, 4\}$,
   $|C| = 5$
   $$P(C) = \frac{5}{37} \approx 13.5\%$$
   (d) $D = \{25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36\}$,
   $|D| = 12$
   $$P(D) = \frac{12}{37} \approx 32.4\%$$
   (e) $E = \{12, 23, 34\}$,
   $|E| = 3$
   $$P(E) = \frac{3}{37} \approx 8.1\%$$

7. Zwei Spieler würfeln mit je einem Würfel. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass beide nicht die gleiche Anzahl werfen.
   $|\Omega| = 36$
   Alle Elemente von $\Omega$ sind gleichwahrscheinlich.
   $$P(\text{beide würfeln verschiedene Augen}) = 1 - P(\text{beide würfeln gleiche Augen}) = \\ = 1 - P(A')$$
   $A' = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), \ldots, (6, 6)\}$,
   $|A'| = 6$
   $$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{|A'|}{|\Omega|} = 1 - \frac{6}{36} = \frac{5}{6} \approx 83.3\%$$

8. Anita, Eva und Renate sitzen an einem Tisch. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (a) dass sie alle am selben Wochentag geboren sind? (b) dass sie alle an verschiedenen Wochentagen geboren sind? (c) dass mindestens eine ein Sonntagskind ist? (d) dass Eva ein Sonntagskind ist? (e) dass genau 2 von ihnen am selben Wochentag geboren sind? (f) dass Anita und Renate an verschiedenen Tagen geboren sind?

   (a) 111,222,333,...,777 = 7
   $$P(A) = \frac{7}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{49} \approx 2.04\%$$
   (b)
   $$P(B) = \frac{7}{7} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{5}{7} = \frac{30}{49} \approx 61.2\%$$
   (c)
   $$P(C) = 1 - \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} = 1 - \frac{216}{343} \approx 37\%$$
   (d)
   $$P(D) = \frac{1}{7} \cdot \frac{7}{7} \cdot \frac{7}{7} = \frac{1}{7} \approx 14.3\%$$

(e)
$$P(E) = 3 \cdot \frac{7}{7} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{6}{7} = 3 \cdot \frac{6}{49} = \frac{18}{49} \approx 36.7\%$$

(f)
$$P(F) = \frac{7}{7} \cdot \frac{7}{7} \cdot \frac{6}{7} = \frac{6}{7} \approx 85.7\%$$

9. Eine Kasse hat 11 Tasten, die für das Öffnen bestimmt sind. Wenn man 4 Tasten in einer bestimmten Reihenfolge drückt, so öffnet sich die Kasse (dabei darf jede Taste nur einmal gedrückt werden). Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass sie sich öffnet, wenn man viermal hintereinander eine beliebige Taste drückt.
$$\frac{1}{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8} \approx 0.013\%$$

10. Bei einer Prüfung wurden 3 Gruppen von Aufgaben gestellt. Jede Gruppe hat 2 Aufgaben. Jeder Prüfling muss aus jeder Gruppe eine Aufgabe wählen, gesucht ist $\Omega$. $|\Omega| =$?
$$2^3 = 8$$

11. In einer Schulklasse sind 16 Knaben und 14 Mädchen. Der Physiklehrer läßt jede Woche durch Los einen Schüler bestimmen, der ihm beim Wegräumen der Geräte hilft. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal hintereinander ein Mädchen drankommt, falls (a) derselbe Schüler zweimal hintereinander drankommen darf, (b) derselbe Schüler nicht zweimal hintereinander drankommen darf?
16 Knaben + 14 Mädchen = 30 Schüler
$p(M) = \frac{14}{30}$ $\quad$ $p(K) = \frac{16}{30}$
    (a) "mit Wiederholung": $P(A) = \frac{14}{30} \cdot \frac{14}{30} = \left(\frac{14}{30}\right)^2 \approx 21.7\%$ SÜ
    (b) "ohne Wiederholung": $P(B) = \frac{14}{30} \cdot \frac{13}{29} \approx 20.92\%$

12. Eine Firma hat zwei offene Stellen zu besetzen. Zehn Personen - sieben Männer und drei Frauen - haben sich als gleich qualifiziert erwiesen. Die Firma entschließt sich, zwei der Bewerber durch Los auszuwählen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass (a) zwei Frauen, (b) zwei Männer gewählt werden?
7 Männer + 3 Frauen = 10 Personen
$p(F) = \frac{3}{10}$ $\quad$ $p(M) = \frac{7}{10}$
    (a) $P(A) = \frac{3}{10} \cdot \frac{2}{9} \approx 6.67\%$
    (b) $P(B) = \frac{7}{10} \cdot \frac{6}{9} \approx 46.67\%$

13. Ein Fuhrunternehmer besitzt 15 LKW, von denen 5 technische Mängel aufweisen. Ein Kontrollor wählt zu Prüfzwecken 4 von den 15 LKW zufällig aus. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird (a) keiner, (b) jeder der ausgewählten LKW technische Mängel aufweisen?
15LKW 5 defekt
"ohne zuücklegen"
    (a) $P(A) = \frac{10}{15} \cdot \frac{9}{14} \cdot \frac{8}{13} \cdot \frac{7}{12} = \frac{2}{13} \approx 15.38\%$
    (b) $P(B) = \frac{5}{15} \cdot \frac{4}{14} \cdot \frac{3}{13} \cdot \frac{2}{12} = \frac{1}{273} \approx 0.37\%$

14. Unter den 450 Schülerinnen und 383 Schülern eines Gymnasiums werden ein Fahrrad und ein Filmapparat verlost, wobei ausgeschlossen ist, dass beide Preise an dieselbe Person gehen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass (a) beide Preise an Schülerinnen, (b) beide Preise an Schüler, (c) das Fahrrad an einen Schüler, der Filmapparat an eine Schülerin gehen. (d) Welche Möglichkeit gibt es noch? Berechne auch für dieses Ereignis die Wahrscheinlichkeit.
450 Schülerinnen + 383 Schüler = 833 insgesamt
"ohne zurücklegen"
    (a) $P(A) = \frac{450}{833} \cdot \frac{449}{832} \approx 29.15\%$
    (b) $P(B) = \frac{383}{833} \cdot \frac{382}{832} \approx 21.11\%$
    (c) $P(C) = \frac{383}{833} \cdot \frac{450}{832} \approx 24.87\%$
    (d) Es gibt noch die Möglichkeit, dass die Schülerin das Fahrrad und der Schüler den Filmapparat bekommt.
    $P(D) = \frac{450}{833} \cdot \frac{383}{832} \approx 24.87\%$

15. In einem Karton befinden sich zwölf Glühlampen, von denen drei defekt sind. Ein Kunde zieht blind zwei Glühlampen aus dem Karton. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass (a) beide Glühlampen in Ordnung sind, (b) beide Glühlampen defekt sind?
12 Glühlampen = 3 defekte + 9 i.O.
   (a) $P(A) = \frac{9}{12} \cdot \frac{8}{11} = \frac{6}{11} \approx 54.55\%$
   (b) $P(B) = \frac{3}{12} \cdot \frac{2}{11} = \frac{1}{22} \approx 4.55\%$

16. Ein Würfel wird zweimal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass (a) bei beiden Würfen eine 6 kommt, (b) beim ersten Wurf eine 6 und beim zweiten Wurf keine 6 kommt, (c) beim ersten Wurf keine 6 und beim zweiten Wurf eine 6 kommt, (d) bei beiden Würfen keine 6 kommt?
zwei Mal würfeln
   (a) $P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} \approx 2.78\%$
   (b) $P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36} \approx 13.89\%$
   (c) $P(C) = \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36} \approx 13.89\%$
   (d) $P(D) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36} \approx 69.44\%$

17. Aus der Urne mit 4 weißen, 3 schwarzen und einer roten Kugel werden zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass (a) beide Kugeln dieselbe Farbe haben, (b) eine Kugel rot und eine weiß ist, (c) die zweite Kugel schwarz ist, (d) keine der Kugeln weiß ist, (e) mindestens eine der Kugeln schwarz oder rot ist.
Urne “ohne zurücklegen” SÜ

$$\underbrace{wwww}_{4}\underbrace{sss}_{3}\underbrace{r}_{1} \qquad \text{8 Kugeln}$$

   (a) $P(A) = \underbrace{\frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7}}_{\text{beide weiß}} + \underbrace{\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7}}_{\text{beide schwarz}} = \frac{3}{14} + \frac{3}{28} = \frac{9}{28} \approx 32.14\%$
   (b) $P(B) = \underbrace{\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{7}}_{\text{rot - weiß}} + \underbrace{\frac{4}{8} \cdot \frac{1}{7}}_{\text{weiß - rot}} = \frac{1}{14} + \frac{1}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7} \approx 14.29\%$
   (c) $P(C) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{8} = 37.5\%$
   (d) $P(D) = \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = \frac{3}{14} \approx 21.43\%$
   (e)
$$\begin{aligned} P(E) &= 1 - P(\text{keine ist schwarz oder rot}) = \\ &= 1 - P(\text{alle sind weiß}) = \\ &= 1 - \frac{4}{8} \cdot \frac{3}{7} = 1 - \frac{3}{14} = \frac{11}{14} \approx 78.57\% \end{aligned}$$

18. wie 17. nur mit Zurücklegen
Urne “mit Zurücklegen” HÜ

$$\underbrace{wwww}_{4}\underbrace{sss}_{3}\underbrace{r}_{1} \qquad \text{8 Kugeln}$$

   (a) $P(A) = \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{8} + \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} + \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{8} = \frac{16}{64} + \frac{9}{64} + \frac{1}{64} = \frac{26}{64} = \frac{13}{32} \approx 40.63\%$
   (b) $P(B) = \frac{1}{8} \cdot \frac{4}{8} + \frac{4}{8} \cdot \frac{1}{8} = 2 \cdot \frac{4}{64} = \frac{1}{8} = 12.5\%$
   (c) $P(C) = \frac{8}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{3}{8} = 37.5\%$
   (d) $P(D) = \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{8} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4} = 25\%$
   (e)
$$\begin{aligned} P(E) &= 1 - P(\text{keine ist schwarz oder rot}) = \\ &= 1 - P(\text{alle sind weiß}) = \\ &= 1 - \frac{4}{8} \cdot \frac{4}{8} = \\ &= 1 - \frac{16}{64} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4} = 75\% \end{aligned}$$

19. Ein Würfel wird dreimal geworfen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass (a) die Folge (1, 2, 3), (b) bei keinem Wurf eine 6, (c) bei mindestens einem Wurf eine 6, (d) nur Augenzahlen aus der Menge {1, 2} vorkommen.
drei mal würfeln
   (a) $P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{216} \approx 0.46\%$
   (b) $P(B) = \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{125}{216} \approx 57.87\%$
   (c) $P(C) = 1 - P(\text{keine 6}) = 1 - P(B) = 1 - \frac{125}{216} = \frac{91}{216} \approx 42.13\%$
   (d) $P(D) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{1}{27} \approx 3.70\%$

20. Bei einer Serienproduktion gelingen im Durchschnitt 6 von 10 Geräten so gut, dass sie mit dem Qualitätsmerkmal “High Standard” versehen und teurer verkauft werden. Jemand entnimmt der Produktion zufällig zwei Geräte. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass genau eines der beiden Geräte “High Standard” aufweist?
6 von 10 “High Standard” (o.W.)
$P(\text{eines “High Standard”}) = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{4}{15} + \frac{4}{15} = \frac{8}{15} \approx 53.33\%$

21. Zwei Schützen treffen ihr Ziel erfahrungsgemäß mit der Wahrscheinlichkeit 0.8 bzw. 0.6. Beide schießen gleichzeitig auf dasselbe Ziel. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass (a) der erste trifft und der zweite nicht, (b) beide treffen, (c) mindestens einer trifft?
$p(S1) = 0.8 \qquad p(S2) = 0.6$ SÜ
   (a) $P(A) = 0.8 \cdot 0.4 = 0.32 = \frac{8}{25} = 32\%$
   (b) $P(B) = 0.8 \cdot 0.6 = 0.48 = \frac{12}{25} = 48\%$
   (c) $P(C) = 1 - P(\text{keiner trifft}) = 1 - 0.2 \cdot 0.4 = 1 - 0.08 = 0.92 = \frac{23}{25} = 92\%$

22. Herr Adam spielt an einem Automaten, bei dem man mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ gewinnt, anschließend an einem zweiten Automaten, bei dem man mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5}$ gewinnt und anschließend an einem dritten Automaten, bei dem man mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{7}$ gewinnt. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass er (a) bei allen drei Automaten gewinnt, (b) bei den ersten beiden Automaten gewinnt und beim dritten vierliert, (c) beim ersten Automaten gewinnt und bei den beiden anderen verliert, (d) bei allen drei Automaten verliert. (e) Welche Wahrscheinlichkeiten könnte man noch berechnen? Berechne sie!
$p(A_1) = \frac{1}{4} \qquad p(A_2) = \frac{1}{5} \qquad p(A_3) = \frac{1}{7}$
   (a) $P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{140} \approx 0.71\%$
   (b) $P(B) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{6}{140} = \frac{3}{70} \approx 4.29\%$
   (c) $P(C) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{6}{35} \approx 17.14\%$
   (d) $P(D) = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} = \frac{18}{35} \approx 51.43\%$
   (e) $P(G, V, G) = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{7} = \frac{1}{35} \approx 2.86\%$

23. Aus einer Urne mit 4 weißen und 3 schwarzen Kugeln werden nacheinander drei Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass (a) alle drei Kugeln weiß, (b) die ersten beiden Kugeln weiß und die dritte schwarz, (c) die ersten beiden Kugeln schwarz und die dritte weiß, (d) alle drei Kugeln schwarz sind.
$$\underbrace{wwww}_{4}\underbrace{sss}_{3} \qquad \text{7 Kugeln}$$
3 mit Zurücklegen ziehen
   (a) $P(www) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} = \left(\frac{4}{7}\right)^3 = \frac{64}{343} \approx 18.66\%$
   (b) $P(wws) = \frac{4}{7} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7} = \frac{48}{343} \approx 13.99\%$
   (c) $P(ssw) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{4}{7} = \frac{36}{343} \approx 10.50\%$
   (d) $P(sss) = \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} \cdot \frac{3}{7} = \left(\frac{3}{7}\right)^3 = \frac{27}{343} \approx 7.87\%$

24. Wie 23. ohne Zurücklegen.

    (a) $P(www) = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{35} \approx 11.43\%$
    (b) $P(wws) = \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{35} \approx 17.14\%$
    (c) $P(ssw) = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{4}{35} \approx 11.43\%$
    (d) $P(sss) = \frac{3}{7} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{35} \approx 2.86\%$

25. In einer Urne sind 9 Kugeln mit den Nummern von 1 bis 9. Es werden 4 Kugeln mit Zurücklegen gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit (a) die Folge $(1, 2, 3, 4)$ zu erhalten? (b) die Folge $(4, 1, 7, 8)$ zu erhalten?
    9 Kugeln
    4 Kugeln ziehen (m.Z.)

    (a) $P((1, 2, 3, 4)) = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{9}\right)^4 = \frac{1}{6561} \approx 0.02\%$
    (b) $P((4, 1, 7, 8)) = \left(\frac{1}{9}\right)^4 = \frac{1}{6561} \approx 0.02\%$

26. Wie 25. ohne Zurücklegen.
    9 Kugeln
    4 Kugeln ziehen (o.Z.)

    (a) $P((1, 2, 3, 4)) = \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3024} \approx 0.03\%$
    (b) $P((4, 1, 7, 8)) = \frac{1}{3024} \approx 0.03\%$