1. Bestimme (falls möglich) die Schnittpunkte der Ebene $\epsilon : x + 2z = 9$ mit den Koordinatenachsen.

2. Die Punkte A$(4|3|1)$, B$(6|1|3)$, C$(0|1|1)$ spannen eine Ebene auf. Bestimme ihre Gleichung in parameterfreier und in Parameterform. P$(2|8|z) \in \epsilon$. Berechne z!

3. Die Ebene ϵ wird aufgespannt durch
$g : \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $h : \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
   (a) Ermittle ϵ und eine zu ϵ parallele Ebene ϵ_1 durch P$(1|-2|3)$ (ϵ_1 parameterfrei).
   (b) Bestimme die Gleichung der Ebene ϵ_2, die normal auf g steht und R$(0|3|-1)$ enthält.
   (c) Ermittle den Abstand des Punktes P$(1|-2|3)$ von ϵ_2.

4. Wie ermittelt man den Abstand von 2 parallelen Ebenen?
Wie ermittelt man den Abstand von 2 parallelen Geraden in Raum?

5. Von einem geraden Prisma mit dreieckiger Grundfläche ABC[A$(6|-5|-2)$, B$(-2|1|0)$, C$(-6|4|5)$] beträgt die Höhe $h = 10$. Berechne die Koordinaten der übrigen Eckpunkte (2 Lösungen!), Volumen und Oberfläche.

6. Von einer quadratischen Pyramide kennt man A$(-3|-6|-3)$, B$(1|-4|1)$, C$(c_1|-8|c_3)$ und $h = 9$. Berechne C, D und S (4 Lösungen!), sowie das Volumen und die Oberfläche und die Seitenflächenhöhen.

7. Stelle die Gleichung einer Ebene auf, die zu $\epsilon : 4x + y - 8z = 6$ parallel ist und den Abstand $d = 8$ hat.

8. Die Punkte A$(0|-5|-3)$, B$(1|3|0)$, C$(3|-1|-4)$ sind die Basispunkte einer dreiseitigen Pyramide mit S$(2|-2|10)$. Berechne h, den Fußpunkt der Höhe und das Volumen.

9. Von einer Pyramide kennt man die Gleichung der Basisebene $\epsilon : 2x - 3y + 5z = 25$ und den Fußpunkt der Höhe F$(x|-2|3)$. Die Spitze der Pyramide ist ein Punkt von $\epsilon_1 : 4x-3y+2z = 47$. Gesucht sind S und h.

10. Gegeben sind die Ebene $\epsilon : 3x+4y-2z = 24$ und die Gerade $g : \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} -10 \\ -10 \\ 11 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.
   (a) Gesucht sind Normalvektor, ein Punkt und ein Richtungsvektor von ϵ.
   (b) Zeige, dass g und ϵ parallel sind und berechne ihren Abstand voneinander.

11. Gegeben ist das Dreieck ABC mit A$(-11|-9)$, $\overline{AB} = \sqrt{41}$, $\overline{BC} = 10$, B liegt auf der Geraden g[A, I$(4|3)$], C auf der y-Achse. Gesucht sind die fehlenden Eckpunkte.

12. Stelle fest, ob die 4 gegebenen Punkte auf einer gemeinsamen Ebene liegen: A$(1|2|3)$, B$(2|0|4)$, C$(3|2|3)$, D$(2|4|2)$.

13. Stelle die Ebene durch die beiden gegebenen parallelen Geraden auf:
$g : \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $h : \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$.

14. Berechne die Parameterdarstellung der Schnittgeraden der beiden Ebenen: $\epsilon_1 : 2x - y + 3z = 5$ und $\epsilon_2 : x + y - 2z = 4$.

LÖSUNGEN:

1. mit x-Achse $(9|0|0)$, mit y-Achse kein S, mit z-Achse $(0|0|4.5)$
2. $\epsilon : \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\epsilon : -x + 2y + 3z = 5$, P$(2|8|-3)$
3. (a) $\epsilon : \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\epsilon_1 : -13x + 3y + 2z = -13$

   (b) $\epsilon_2 : x + 3y + 2z = 7$ (c) $d = \sqrt{\frac{18}{7}}$
4. $g \perp \epsilon_1$ und ϵ_2 schneiden mit ϵ_1 und ϵ_2. Abstand der Schnittpunkte = Abstand der Ebenen. $\epsilon \perp g_1$ und g_2; $g_1 \cap \epsilon = S_1$, $g_2 \cap \epsilon = S_2$, $d = \overline{S_1 S_2}$
5. D$(12|3|-2)$, E$(4|9|0)$, F$(0|12|5)$ bzw. D'$(0|-13|-2)$, E'$(-8|-7|0)$, F'$(-12|-4|5)$; $V = 200$, $O \approx 378,22$
6. C$_1(-1|-8|5)$, C$_2(5|-8|-1)$, D$_1(-5|-10|1)$, D$_2(1|-10|-5)$, S$_1(-8|-1|4)$, S$'_1(4|-13|-2)$, S$_2(-2|-13|4)$, S$'_2(4|-1|-8)$, $V = \frac{a^2 \cdot h}{3} = 108$, $a = \overline{AB} = 6$, $O = a^2 + 4 \cdot A_\Delta = 36 + 4 \cdot \frac{1}{2}|\overrightarrow{AS} \times \overrightarrow{AB}| = 36 + 2\sqrt{3240}$, $A_\Delta = \frac{a \cdot h_a}{2} \Rightarrow h_a = \frac{2A_\Delta}{a} \approx 50$
7. $\epsilon : 4x + y - 8z = 168$ sowie $\epsilon : 4x + y - 8z = -156$
8. Grundebene: $2x - y + 2z = -1$, $g \perp \epsilon$ durch S, $g \cap \epsilon = F$, F$(-4|1|4)$, $h = \overline{SF} = 9$, $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3}(\frac{1}{2}|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}|) \cdot h = 45$
9. F$(2|-2|3)$, $g \perp \epsilon$ durch F, $g \cap \epsilon_1 = S$, S$(4|-5|8)$, $h = \overline{SF} = \sqrt{38}$
10. (a) $\overrightarrow{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix}$, P$(8|0|0)$, $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$ ($\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{n} = 0$)

    (b) $h \perp \epsilon$ durch $(-10|-10|11)$, $h \cap \epsilon \ldots \Rightarrow d = 4\sqrt{29}$
11. B$(-6|-5)$, C$(0|3)$
12. ja
13. $\epsilon : \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$
14. $g : \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 0 \\ 22 \\ 9 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \\ -3 \end{pmatrix}$