1. $U = bgt + \frac{r}{2}t^2$ Bilde $U'(t)$ (b, g, r konstant), $U'(r)$ (b, g, t konstant) und $r'(U)$ (nach r auflösen und nach U ableiten; b, g, t konstant).

2. Wie muss $c \neq 0$ gewählt werden, damit einander die Graphen $f(x) = \frac{c}{x}$ und $g(x) = \frac{3}{4}x + \frac{7}{8}$ **rechtwinkelig schneiden**?

3. Bestimme $a \in \mathbb{R}$ so, dass die Graphen von $f(x) = \frac{a}{x}$ und $g(x) = \frac{1}{8}x^2 - \frac{3}{2}$ einander im 4. Quadranten **berühren**. Bestimme den Berührpunkt und die gemeinsame Tangente.

4. Wähle $a \in \mathbb{R}^+$ so, dass der Graph der Funktion $f(x) = ax^2 - \frac{4}{3x}$ einen Wendepunkt mit einer zur 1. Mediane parallelen Wendetangente hat.

5. Die Funktion $f(x) = \frac{3(a-x^2)}{4(x^2+3)}$ schneidet die x-Achse in $x = 4$. Bestimme a und diskutiere $f(x)$.
   Eine Polynomfunktion $g(x)$ 2. Grades geht durch P$(0|-1)$ und die Wendepunkte der Funktion $f(x)$. Berechne $g(x)$.

6. Vom Graphen der Funktion $f(x) = \frac{ax}{x^2+3}$ weiß man, dass der Abstand zwischen den Punkten P und Q mit waagrechten Tangenten $2\sqrt{6}$ beträgt. Berechne a.

7. Der Graph der Funktion $f : x \to \frac{ax}{x^2-b}$, $a, b \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ verläuft durch den Punkt P$(4|\frac{4}{3})$ und hat an der Stelle $x = 0$ die Steigung -1. Bestimme den Funktionsterm und untersuche das Symmetrieverhalten dieser Funktion.

8. Welche Funktion $f : x \to \frac{ax^3+bx^2+cx+1}{2x^2}$ geht durch A$(1|1)$ und hat in N$(-1|0)$ die Steigung $k = \frac{3}{2}$? Bestimme die Asymptoten der Kurve.

9. Diskutiere! (1) Definitionsbereich, (2) Nullstellen, (3) Extremwerte, (4) Wendepunkte, (5) Asymptoten, (6) Symmetrie, (7) Monotonieverhalten, (8) Krümmungsverhalten und (9) Graph!

   (a) $y = 2x + \frac{1}{x^2}$ (b) $y = \frac{4x}{x^2+1}$ (c) $y = \frac{x^2-16}{x^2-4}$ (d) $y = \frac{x^3}{x^2-3}$

LÖSUNGEN:

1. $U'(t) = bg + rt$; $U'(r) = \frac{1}{2}t^2$; $r'(U) = \frac{2}{t^2}$
2. $c = 3$, S$(\frac{3}{2}|2)$
3. B$(2|-1)$, $a = -2$, $t : y = \frac{x}{2} - 2$
4. $a = \frac{1}{6}$; W$(2|0)$
5. $a = 16$, W$(\pm1|\frac{45}{16})$, $g(x) = \frac{61}{16}x^2 - 1$
6. ± 6
7. $a = b = 4$, symm. zum Ursprung
8. $a = 1$; $b = c = 0$; $x = 0$, $y = \frac{x}{2}$
9. (a) D=$\mathbb{R}\backslash\{0\}$, N$(-\frac{\sqrt[3]{4}}{2}|0)$, T$(1|3)$, keine Wendepunkte, $x = 0$ und $y = 2x$, keine Symmetrie
   (b) D=$\mathbb{R}$, N$(0|0)$, H$(1|2)$, T$(-1|-2)$, W$_1(0|0)$, W$_2(\sqrt{3}|\sqrt{3})$, W$_3(-\sqrt{3}|-\sqrt{3})$, $y = 0$, punktsymmetrisch zum Ursprung
   (c) D=$\mathbb{R}\backslash\{-2; 2\}$, N$_1(4|0)$, N$_2(-4|0)$, T$(0|4)$, keine Wendepunkte, $x = 2$, $x = -2$ und $y = 1$, symmetrisch zur y-Achse
   (d) D=$\mathbb{R}\backslash\{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\}$, N$(0|0)$, T$(3|\frac{9}{2})$, H$(-3|-\frac{9}{2})$, S$(0|0)$, $x = \sqrt{3}$, $x = -\sqrt{3}$ und $y = x$, punktsymmetrisch zum Ursprung