1. Berechne die Koordinaten der Scheitel und der Brennpunkte folgender Ellipsen:

   (a) $3x^2 + 7y^2 = 84$ (b) $2x^2 + 3y^2 = 60$

2. Im Punkt $\mathrm{P}(1|y > 0)$ der Ellipse $x^2 + 4y^2 = 4$ wird die Tangente gezogen. Wie groß ist ihr Abstand vom Mittelpunkt?

3. Es sind die Gleichungen jener Tangenten der Ellipse $3x^2 + 4y^2 = 16$ aufzustellen, die parallel zu g: $2y + 3x = 4$ liegen. Wie lauten die Koordinaten der Berührpunkte?

4. Bestimme die Gleichungen der Tangenten von $\mathrm{P}(7| - 2)$ an die Ellipse $9x^2 + 16y^2 = 144$

5. In den Punkten $\mathrm{R}(x > 0|\frac{8}{5})$ und $\mathrm{T}(x > 0|\frac{6}{5})$ der Ellipse $4x^2 + 25y^2 = 100$ werden Tangenten gelegt. Welchen Winkel schließen sie ein?

6. Bestimme die Gleichung der Ellipse, die die Geraden g: $x + 2y = 27$ und h: $7x - 4y = 81$ berührt.

7. t: $x + 2y = 10$ ist Tangente an eine Ellipse, deren Nebenachse $b = \sqrt{15}$ lang ist. Der Punkt $\mathrm{P}(x|1)$ liegt auf t außerhalb der Ellipse. Lege von P aus eine zweite Tangente an die Ellipse. Bestimme die Berührpunkte und die Winkel, unter denen die zugehörige Polare (Trägergerade der Sehne) die Ellipse schneidet.

8. $\mathrm{P}(2|2\sqrt{2})$, $\mathrm{Q}(4\sqrt{2}| - 1)$ sind Punkte einer Ellipse, deren Gleichung zu bestimmen ist. Der Ellipse ist ein Rechteck mit achsenparallelen Seiten einzuschreiben, dessen Länge sich zur Breite wie 4:3 verhält.
   Wieviel % der umschriebenen Rechtecksfläche mit achsenparallelen Seiten werden vom eingeschriebenen Rechteck bedeckt?

9. Von einer Ellipse in 1. Hauptlage kennt man die Brennpunkte $\mathrm{F}_1(-2\sqrt{6}|0)$, $\mathrm{F}_2(2\sqrt{6}|0)$ und den Punkt $\mathrm{P}(4| - 2)$. Stelle die Ellipsengleichung auf und gib die Koordinaten der Scheitel an.

10. Bestimme alle Punkte der Ellipse $18x^2 + 2y^2 = 36$, die vom Ursprung den Abstand $\sqrt{10}$ haben.

11. Berechne den Radius eines Kreises mit $\mathrm{M}(16|0)$, der die Ellipse $9x^2 + 25y^2 = 5625$ berührt.

12. Ermittle die Gleichung der Tangente in $\mathrm{T}(-6|y < 0)$ an die Hyperbel $5x^2 - 4y^2 = 164$

13. Ermittle die Gleichung der Tangente in $\mathrm{T}(4|y > 0)$ an die Parabel $y^2 = 4x$.

14. Von einer Ellipse in 1. Hauptlage kennt man einen Brennpunkt $\mathrm{F}_2(3|0)$ und $2b = 8$. Stelle die Ellipsengleichung auf.

15. Die Gerade g: $3x + 2y = 18$ schneidet die Ellipse ell: $3x^2 + 4y^2 = 108$. Bestimme die Länge dieser Sehne.

16. An die Ellipse ell: $25x^2 + 144y^2 = 3600$ sind jene Tangenten gezogen, die parallel zu den Sehnen zwischen Hauptscheitel und Nebenscheitel sind. Berechne die Koordinaten der Berührpunkte dieser Tangenten.

17. Berechne die Schnittpunkte der Hyperbel hyp: $4x^2 - 9y^2 = 36$ mit der Geraden g: $2x - y = 6$.

18. Von einer Hyperbel in 1. Hauptlage kennt man die Gleichung einer Asymptote $y = \frac{2}{3}x$ und den Nebenscheitel $\mathrm{D}(0| - 12)$. Stelle eine Gleichung der Hyperbel auf!

19. Ellipse in 1. Hauptlage: $\mathrm{P}(-16|6) \in$ ell, Scheitelpunkt $\mathrm{C}(0|10)$. Dieser Ellipse ist ein Rechteck, dessen Seiten parallel zu den Achsen sind und das den Umfang $u = 80$ hat, einzuschreiben. Berechne die Eckpunkte des Rechtecks!

20. Von einer Parabel in 1. Hauptlage kennt man $\mathrm{P}(4|4)$. Stelle eine Gleichung der Parabel auf. Gib F und die Leitlinie an. Welche Punkte haben vom Ursprung den Abstand $\sqrt{12}$?

21. Eine Gerade geht durch die Punkte $\mathrm{A}(-10|42)$ und $\mathrm{B}(5|-3)$ und schneidet die Parabel par: $y^2 = 18x$. In welchem Verhältnis wird die Strecke AB durch den zwischen A und B liegenden Schnittpunkt geteilt? Wie lauetet die Gleichung der durch den Brennpunkt der Parabel gehenden, zu AB normalen Geraden?

22. Der Graph der Potenzfunktion $f(x) = x^2$ ist eine Parabel. Welche Lage besitzt diese Parabel und wo liegt ihr Brennpunkt?

23. Gegeben ist die Hyperbel hyp[$a = 3$, $b = \sqrt{5}$] in erster Hauptlage und die Gerade g: $y = x$. Ermittle die Gleichungen der zu g parallelen Tangenten t_1 und t_2. Berechne die Koordinaten der Berührpunkte dieser Tangenten.

LÖSUNGEN:

1. (a) $\mathrm{A}(-2\sqrt{7}|0)$, $\mathrm{C}(0|2\sqrt{3})$, $\mathrm{F}_1(-4|0)$
   (b) $\mathrm{A}(-\sqrt{30}|0)$, $\mathrm{C}(0|2\sqrt{5})$, $\mathrm{F}_1(-\sqrt{10}|0)$
2. $\frac{4}{\sqrt{13}}$
3. $t_1 : 3x + 2y = 8$, $t_2 : 3x + 2y = -8$, $\mathrm{B}_1(-2|-1)$, $\mathrm{B}_2(2|1)$
4. $t_1 : 5x - 33y = 101$, $t_2 : x + y = 5$
5. $\mathrm{R}(3|\frac{8}{5})$, $\mathrm{T}(4|\frac{6}{5})$, $\phi \approx 11.37°$
6. ell: $2x^2 + y^2 = 162$
7. ell: $15x^2 + 40y^2 = 600$, $\mathrm{P}(8|1)$, $\mathrm{t}_2 : 7x - 6y = 50$, p: $3x + y = 15$, $\alpha = 45°$, $\beta \approx 59°$
8. ell: $x^2 + 4y^2 = 36$; $t = \frac{6\sqrt{13}}{13}$; 46.15%
9. ell: $8x^2 + 32y^2 = 256$; $\mathrm{A}(-4\sqrt{2}|0)$, $\mathrm{C}(0|2\sqrt{2})$,...
10. $\mathrm{P}_1(1|3)$, $\mathrm{P}_2(-1|3)$, $\mathrm{P}_3(-1|-3)$, $\mathrm{P}_4(1|-3)$
11. $r = 9$
12. t: $15x - 4y = -82$
13. t: $x - 2y = -4$
14. ell: $16x^2 + 25y^2 = 400$
15. $\mathrm{S}_1(6|0)$, $\mathrm{S}_2(3|\frac{9}{2})$, $d \approx 5.41$
16. $t_1 : 5x + 12y = 60\sqrt{2}, \ldots$, $\mathrm{S}_1(6\sqrt{2}|\frac{5\sqrt{2}}{2}), \ldots$
17. $\mathrm{S}_1(\frac{15}{4}|\frac{3}{2})$, $\mathrm{S}_2(3|0)$
18. hyp: $4x^2 - 9y^2 = 1296$
19. ell: $x^2 + 4y^2 = 400$, $\mathrm{P}_1(12|8)$, $\mathrm{P}_2(-12|8)$, $\mathrm{P}_3(-12|-8)$, $\mathrm{P}_4(12|-8)$
20. $\mathrm{P}_1(2|2\sqrt{2})$, $\mathrm{P}_2(2|-2\sqrt{2})$
21. $\mathrm{S}_1(8|-12)$, $\mathrm{S}_2(2|6)$, 1:4, g: $2x - 6y = 9$
22. $\mathrm{F}(0|\frac{1}{4})$
23. $\mathrm{t}_1 : x - y = -2$, $\mathrm{t}_2 : x - y = 2$