1. Ermittle folgende Kreisgleichungen! Einen Kreis...
   (a) ...durch P$(-8|-17)$ und Q$(9|-10)$ mit $r = 13$
   (b) ...durch P$(-8|2)$ und Q$(8|10)$, der die x-Achse berührt.
   (c) ...durch P$(1|5)$ und Q$(7|1)$, der M auf g: $3x - 10y = -30$ hat.
   (d) ...mit Mittelpunkt M$(4|-1)$, der g: $x + 2y = -8$ berührt.
   (e) ...mit Radius $r = \sqrt{50}$, der g: $x + y = 5$ in P$(-5|y)$ berührt.
2. p: $x - y = 1$ ist Polare zum Kreis $x^2 + y^2 - 10x - 6y + 21 = 0$. Der Pol, die Berührpunkte und der Kreismittelpunkt bilden ein Deltoid, dessen Fläche zu berechnen ist.
3. Wie lauten die Gleichungen der Tangenten, die man von P$(-4|3)$ an den Kreis k: $x^2 + y^2 - 2x + 4y = 5$ ziehen kann? Wie groß ist der Winkel zwischen den beiden Tangenten?
   Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks, das von den beiden Tangenten und der Polaren gebildet wird!
4. Eine Kugel deren Mittelpunkt auf der Geraden g: $OX = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ liegt, berührt die Ebene $\varepsilon : x - 2y - z = 21$ in T$(6|-7|-1)$. Berechne die Kugelgleichung.
   Die Durchstoßungspunkte der Geraden g durch die Kugel sowie T sind die Basis einer dreiseitigen Pyramide mit Spitze S$(1|1|1)$. Berechne ihre Höhe und ihr Volumen.
5. Der gemeinsame Punkt der drei Ebenen $\varepsilon_1 : x + y = 4$, $\varepsilon_2 : 2x - y - 3z = 5$; $\varepsilon_3 : 3x + 2y + 4z = 1$ ist Mittelpunkt einer Kugel, die die Ebene $\varepsilon_4 : x + 4y + 8z = -30$ zur Tangentialebene hat.
   Bestimme die Kugelgleichung. Welchen Winkel schließen ε_1 und ε_4 miteinander ein? Berechne die zu ε_4 parallele Tangentialebene.
6. Das Dreieck A$(5|10|6)$, B$(-5|11|7)$, C ist die Basis einer Pyramide mit Spitze S$(-2|0|11)$. C ist der Schnittpunkt von der Ebene $\varepsilon : 5x - 2y + 6z = 3$ mit der Geraden g: $OX = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -5 \end{pmatrix}$.
   (a) Bestimme die Gleichung der durch ABC festgelegten Ebene, sowie die Höhe der Pyramide.
   (b) Wie lautet die Gleichung der Kugel, die man der Pyramide umschreiben kann?
   (c) Wie heißt die Gleichung der Ebene, die die Kugel in S berührt?

LÖSUNGEN:

1. (a) $x^2 + y^2 + 6x + 10y = 135$; $x^2 + y^2 - 8x + 44y = -331$
   (b) $x^2 + y^2 + 4x - 20y = -4$; $x^2 + y^2 + 44x - 100y = -484$
   (c) $x^2 + y^2 - 10x - 9y = -29$
   (d) $x^2 + y^2 - 8x + 2y = 3$
   (e) $x^2 + y^2 - 30y = -175$; $x^2 + y^2 + 20x - 10y = -75$
2. P$(-8|16)$, T$(7|6)$, T$'(2|1)$, A$= 65$
3. t$_1 : x + 3y = 5$, T$_1(2|1)$, t$_2 : 3x + y = -9$, T$_2(-2|-3)$ p: $x - y = 1$, $\alpha = 53.13°$, A≈ 16
4. M$(1|3|4)$, $r = \sqrt{150}$; S$_1(6|8|14)$; S$_2(-4|-2|-6)$; h mit HNF; V$=\frac{1}{3} \cdot G \cdot h$
5. $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 + (z + 2)^2 = 9$, $\alpha = 66°52'$, $\varepsilon : x + 4y + 8z = 24$
6. C$(3|12|2)$, $\varepsilon : x + 7y + 3z = 93$; $h = \frac{62}{\sqrt{59}}$; k$(-1|4|3; 9)$, $\varepsilon_t : -x - 4y + 8z = 90$