

1. Beim senkrechten Wurf nach oben lautet die Weg-Zeit-Funktion  $s(t) = v_0 t - \frac{g}{2} t^2$  ( $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ ),  $v_0$  ist die Abschussgeschwindigkeit.
  - (a) Berechne die Geschwindigkeitsfunktion als 1. Ableitung der Weg-Zeit-Funktion.
  - (b) Berechne für  $v_0 = 30 \text{ m/s}$  die maximale Wurfhöhe und die Zeit, die vergeht, bis der Körper wieder den Erdboden erreicht.
  - (c) Wie groß muss man  $v_0$  wählen, damit der Körper eine Höhe von 80 m erreicht?
2. Eine Kugel wird von der Dachkante eines 140m hohen Gebäudes mit der Abschußgeschwindigkeit 60m/s lotrecht nach oben geschossen. Nach  $t$  Sekunden hat sie die Höhe  $s(t) = 140 + 60t - 5t^2$  erreicht ( $s$  in Meter,  $t$  in Sekunden).
  - (a) Nach welcher Zeit ist die Kugel wieder auf die Höhe der Abschußstelle abgesunken?
  - (b) Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit der Kugel in den ersten 5 Sekunden?
  - (c) Wie groß ist die Geschwindigkeit der Kugel nach 5 Sekunden?
  - (d) Nach welcher Zeit und mit welcher Geschwindigkeit trifft die Kugel auf dem Boden auf?
3. Wird ein Körper mit der Abschußgeschwindigkeit  $v_0$  (m/s) lotrecht nach oben geschossen, so ist seine Höhe (in m) nach  $t$  Sekunden ungefähr gegeben durch:  $s(t) = v_0 \cdot t - 5 \cdot t^2$ . Es sei  $v_0 = 64$  (m/s).
  - (a) Wie schnell ist der Körper in 25m Höhe beim Aufsteigen bzw. Absteigen?
  - (b) Nach welcher Zeit erreicht er seine größte Höhe? Wie groß ist diese Höhe?
  - (c) Mit welcher Abschußgeschwindigkeit muß 1 Sekunde später ein zweiter Körper nachgeschossen werden, damit dieser den ersten Körper in dessen höchstem Punkt einholt?

(Hinweis zu b: Im höchsten Punkt ist die Geschwindigkeit 0.  
Hinweis zu c: Die Höhe des zweiten Körpers ist gegeben durch  $\tilde{x}(t) = \tilde{v}_0 \cdot (t - 1) - 5(t - 1)^2$ .)
4. Ein kleiner Körper mit der Masse 0.1kg bewege sich geradlinig gemäß der Zeit-Ort-Funktion  $s(t) = t^3 - t^2 + 6t$  ( $t$  in Sekunden,  $s$  in Meter).
  - (a) Wie groß ist die Geschwindigkeit und wie groß die Beschleunigung zum Zeitpunkt 0?
  - (b) Zu welchen Zeitpunkten ist die Beschleunigung 0?
  - (c) Wie groß ist die den Körper bewegende Kraft zum Zeitpunkt 10?

(Hinweis zu c: Kraft = Masse  $\times$  Beschleunigung.)
5. Die Zeit-Ort-Funktion  $s(t)$  sei eine Polynomfunktion 3. Grades.
  - (a) Gib die Termdarstellung dieser Funktion an, wenn der bewegte Körper zum Zeitpunkt 0 die Entfernung 0m von der Ausgangslage, die Geschwindigkeit 0m/s sowie die Beschleunigung  $6 \text{ m/s}^2$  hat und nach 3s einen Weg von 18m zurückgelegt hat!
  - (b) Wann hat der Körper die größte Entfernung von der Ausgangslage und wie groß ist diese Entfernung, wenn  $t \geq 0$  und  $s(t) \geq 0$ ?
  - (c) Wie lange nimmt die Geschwindigkeit zu?
  - (d) Wie groß ist die mittlere Geschwindigkeit in den ersten drei Sekunden und wie groß die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 3?

## LÖSUNGEN:

1. Vollständige Lösung:  $s(t) = v_0 t - \frac{g}{2} t^2$   
 $v_0 \dots$  Abschlußgeschwindigkeit;  $s \dots$  Weg;  $t \dots$  Zeit

(a)  $s'(t) = \underline{v(t) = v_0 - gt}$

(b)  $v_0 = 30 \text{ m/s}$   
 $s(t) = 30t - 5t^2 \rightarrow \text{max.}$

$$s'(t) = 30 - 10t = 0$$

$$10t = 30$$

$$t = 3 \text{ s} \quad s(3) = 90 - 5 \cdot 9 = 45 \text{ m}$$

(c) ges.  $v_0$   $s(t) = 80 \text{ m}$   
 $s'(t) = v_0 - 10t = 0 \Rightarrow t = \frac{v_0}{10}$

$$s(t) = 80 = v_0 \cdot \frac{v_0}{10} - 5 \cdot \frac{v_0^2}{100}$$

$$80 = \frac{v_0^2}{20}$$

$$v_0^2 = 1600$$

$$v_0 = 40 \text{ m/s}$$

2. Vollständige Lösung:  $s(t) = 140 + 60t - 5t^2$

Höhe: 140m

$v = 60 \text{ m/s}$

$s \dots$  Weg

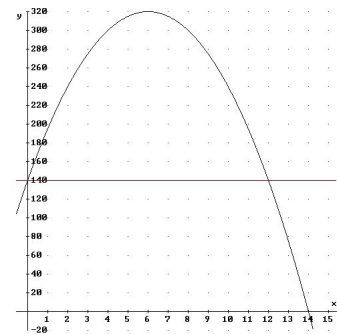
$v \dots$  Geschwindigkeit

(a)

$$140 + 60t - 5t^2 = 140$$

$$5t(12 - t) = 0$$

$$t_1 = 0 \quad t_2 = 12$$



Nach 12 Sekunden ist die Kugel wieder auf der Höhe der Abschußstelle.

(b)  $v(t) = s'(t) = 60 - 10t$

$$[0; 5] : \underbrace{\frac{v(0) + v(5)}{2}}_{\text{arithmetisches Mittel}} = \frac{60 + 10}{2} = 35 \text{ m/s}$$

Die Mittlere Geschwindigkeit in den ersten 5s beträgt 35m/s.

(c)  $v(5) = 60 - 50 = 10 \text{ m/s}$

(d)

$$140 + 60t - 5t^2 = 0 \quad | : (-5)$$

$$t^2 - 12t - 28 = 0$$

$$t_{1,2} = 6 \pm \sqrt{36 + 28}$$

$$t_{1,2} = 6 \pm 8$$

$$t_1 = 14 \text{ s} \quad (t_2 = -2)$$

$$v(14) = 60 - 140 = -80 \text{ m/s}$$

Die Kugel trifft nach 14s mit einer Geschwindigkeit von 80m/s auf den Boden auf.

3.
  - (a) Der Körper hat in 25m Höhe jeweils eine Geschwindigkeit von 60m/s.
  - (b) Nach 6.4 Sekunden erreicht er seine größte Höhe von 204.8m.
  - (c) Der zweite Körper muss mit 64.93m/s nachgeschossen werden.
4.
  - (a) Zum Zeitpunkt 0 beträgt die Geschwindigkeit 6m/s und die Beschleunigung  $-2\text{m/s}^2$ .
  - (b) Zum Zeitpunkt 0.3s ist die Beschleunigung 0.
  - (c) 5.8N (Newton)
5.
  - (a)  $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2$
  - (b) Der Körper hat nach 6 Sekunden die größte Entfernung von 36m.
  - (c) Die Geschwindigkeit nimmt 3s lang zu.
  - (d) Die mittlere Geschwindigkeit in den ersten drei Sekunden beträgt 4.5m/s; die Geschwindigkeit zum Zeitpunkt 3 beträgt 9m/s.