

1. (a) Zeige mit einer Wahrheitstafel: $a \Rightarrow b \equiv b' \Rightarrow a' \equiv a' \vee b$
 (b) Zeige: $(a \Rightarrow b)' \equiv a \wedge b'$
2. Gib die Wahrheitstafel für folgende Aussage an: $((a \wedge c') \Rightarrow b) \vee (b \Leftrightarrow a)$
3. Wo treten äquivalente Aussagen hauptsächlich auf?
4. Wahr oder falsch?
 - (a) $\forall x \in \mathbb{R} \quad 3 \mid x \Rightarrow 6 \mid x$
 - (b) $7 < 5 \Rightarrow -1 \in \mathbb{N}$
 - (c) $\forall x, y \in \mathbb{R} \quad x < y \Leftrightarrow -3x > -3y$
 - (d) $\forall a \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad a > 1 \Rightarrow \frac{1}{a} < 1$
 - (e) $\forall x \in \mathbb{R} \quad x < 1 \Leftrightarrow x^2 < x$
 - (f) $\forall a, b \in \mathbb{R} \quad a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$
5. Lies die folgenden Sätze und stelle fest, ob sie wahre oder falsche Aussagen sind:
 - (a) $\exists x \in \mathbb{Z} (x \in \mathbb{Q})$
 - (b) $\forall x \in \mathbb{Z} (x \in \mathbb{Q})$
 - (c) $\exists x \in \mathbb{Q} (x \notin \mathbb{Z})$
 - (d) $\forall x \in \mathbb{Q} (x \notin \mathbb{Z})$
 - (e) $\exists x \in \mathbb{N} (x + x = x \cdot x)$
 - (f) $\forall x \in \mathbb{N} (x + x = x \cdot x)$
 - (g) $\exists a, b, c \in \mathbb{N} (a^2 + b^2 = c^2)$
 - (h) $\forall a, b, c \in \mathbb{N} (a^2 + b^2 = c^2)$
6. Stelle die Mengen aufzählend dar:
 - (a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$
 - (b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 5\}$
 - (c) $C = \{x \in \mathbb{Z}^+ \mid -2 \leq x \leq 2\}$
 - (d) $D = \{x \in \mathbb{N}_g \mid x \in \mathbb{P}\}$
 - (e) $E = \{x \in \mathbb{N}_u \mid 6 > x > 3\}$
 - (f) $F = \{x \in \mathbb{N}_g \mid 5 < x < 9\}$
7. Stelle die Mengen beschreibend dar:
 - (a) $A = \{0, 1, 2\}$
 - (b) $B = \{-2, -3, -4, \dots\}$
 - (c) $C = \{12, 14, 16, 18\}$
 - (d) $D = \{3, 4, 5\}$
 - (e) $E = \{17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, \dots\}$
 - (f) $F = \{5, 10, 15, 20\}$
8. Es sind die Mengen $M_1 = \{3, 4, 5\}$, $M_2 = \{1, 3, 4\}$, $M_3 = \{4, 5, 6, 8, 9\}$, $M_4 = \{ \}$ gegeben. Man ermittle:
 - (a) $M_1 \cap M_2$
 - (b) $M_2 \cap M_3$
 - (c) $M_1 \cap M_1$
 - (d) $M_1 \cap M_4$
 - (e) $M_1 \cap M_3$
 - (f) $M_4 \cap M_3$
9. Es ist der Durchschnitt der folgenden Mengen in (1) aufzählender, (2) beschreibender Form anzugeben:
 - (a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 > x > 1\}$, $B = \{x \in \mathbb{N}_g \mid x < 10\}$
 - (b) $C = \{x \in \mathbb{N}_u \mid 9 < x < 15\}$, $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 16\}$
 - (c) $E = \{x \in \mathbb{N}_g \mid x < 8\}$, $F = \{x \in \mathbb{P} \mid 2 < x < 12\}$

10. Es sind die Mengen $M_1 = \{2, 4, 9\}$, $M_2 = \{1, 2, 3\}$, $M_3 = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 10\}$, $M_4 = \{\}$ gegeben. Man ermittle:

- (a) $M_1 \cup M_2$ (c) $M_4 \cup M_4$ (e) $M_4 \cup M_1$
 (b) $M_2 \cup M_3$ (d) $M_2 \cup M_4$ (f) $M_1 \cup M_3$

LÖSUNGEN:

1. 2. Teil: $(a \Rightarrow b)' \equiv (a' \vee b)' \equiv a \vee b'$ oder Wahrheitstafel

2. Nur wenn a wahr und b und c falsch sind ist die Gesamtaussage falsch.

3. Äquivalenzumformungen

4. Wahr oder falsch?

- (a) falsch $x = 9$ (d) wahr (Äquivalenzumformung)
 (b) wahr (e) falsch $x = -2$
 (c) wahr (Äquivalenzumformung) (f) falsch $a = 1, b = -1$

5. (a) wahr (d) falsch (g) wahr
 (b) wahr (e) wahr
 (c) wahr (f) falsch (h) falsch

6. (a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ (c) $C = \{1, 2\}$ (e) $E = \{5\}$
 (b) $B = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ (d) $D = \{\}$ (f) $F = \{6, 8\}$

7. (a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\}$ (d) $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 6\}$
 (b) $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \leq -2\}$ (e) $E = \{x \in \mathbb{P} \mid 16 < x\}$
 (c) $C = \{x \in \mathbb{N}_g \mid 11 < x < 19\}$ (f) $F = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \mid x \wedge x \leq 20\}$

8. (a) $\{3, 4\}$ (c) $\{3, 4, 5\}$ (e) $\{4, 5\}$
 (b) $\{4\}$ (d) $\{\}$ (f) $\{\}$

9. (a) $\{2, 4\}, \{x \in \mathbb{N}_g \mid 1 < x < 5\}$
 (b) $\{11, 13\}, \{x \in \mathbb{N}_u \mid 10 < x < 14\}$
 (c) $\{\}$

10. (a) $\{1, 2, 3, 4, 9\}$ (d) $\{1, 2, 3\}$
 (b) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ (e) $\{2, 4, 9\}$
 (c) $\{\}$ (f) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$